Matematika 3 - Treći domaći zadatak

1. Dokazati da je red $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n\alpha$, gde je $\alpha \neq m\pi$, $m \in \mathbb{Z}$, divergentan.

2. Dokazati da red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)\sqrt{n}}$ zadovoljava potreban uslov za konvergenciju redova, ali je ipak divergentan.

3. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1+2^{2n}}$.

4. Dokazati konvergenciju sledećih redova:

   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \ln(1+\frac{1}{n})$,

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{n+1})^{n(n+1)}$.

5. Ispitati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n^{n^2}}{(n+1)^{n^2}}$.

6. Primenom Košijevog kriterijuma ili Dalamberovog kriterijuma ispitati konvergenciju sledećih redova:

   (a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3^n}{(\ln n)^n}$

   (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{a^{n^2}}$

   (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^p}{n!}$

   (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n (n!)^2}{(2n)!}$

7. Dokazati da za red $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^{\ln n}}{n}$ Dalamberov i Košijev kriterijum ne rešavaju pitanje konvergencije, dok Košijev integralni kriterijum rešava pitanje konvergencije.

8. Dokazati konvergenciju reda $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\ln^2 n}{n}$.

9. Ispitati konvergenciju sledećih redova

$$(a)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)},\quad (b)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\ln\frac{n+1}{n}.$$